|  |
| --- |
| **诚信保证**  **本人知晓我院考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人． 本人签字： 杨乃宸\_\_\_\_** |

**西安明德理工学院大作业答题纸**

2022 － 2023学年第 一学期

开课单位 信息工程学院 课 程 计算方法 学 时 32 考核形式 大作业

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 评价项目 | 内容 | 结构安排 | 编辑格式 | 创新性 | 总 分 |
| 得 分 |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 班 级 | 101011901 | 学 号 | 191027 | 姓 名 | 杨乃宸 | 序 号 | 25 |
| 中值定理和插值法在数值积分中的应用  01 数值积分  数值积分是一种通过一定结果精准度的牺牲，提供了多种更为常见和好用的计算思路和途径来求积分的方法。在某些时候，我们可能无法使用牛顿-莱布尼茨算法来求解积分，或者无法算出原式的精确值，更何况计算量太大毫无生产力可言。然而，即使我们不能得到精确值，有时候只需要使用同样的条件来快速求解接近于原真值的估计值就是了。  数值积分方法的基本思想是通过逼近的方式，利用最小二乘特征值等方法来求得一个逼近值。这些逼近值可能是一个无穷个，其中只有若干个有有效数字，在这种情况下，我们可以将这些近似数值作为积分的结果，以达到与精确值相近的效果。  总而言之，数值积分是一种非常实用的计算方法，它可以提供多种计算思路和途径，让我们能够快速求解接近于原真值的积分结果。这种方法在各个领域都有应用，例如在科学研究、技术开发、金融业等等都能发挥重要的作用。所以，数值积分的研究和发展是非常值得关注的，它可以帮助我们更好地理解数学的本质，同时也能为我们带来更多的发现和探索。  02 中值定理  中值定理是微积分中的重要定理之一，它在很多领域都有着广泛的应用，以下是一些常见的例子。  粒子物理学中，中值定理可以用来估算同一束加速器中不同粒子的速度差异，这对于了解粒子的物理性质以及设计加速器的参数都有着重要的意义。中值定理的数学表达式如下：若函数在上连续，则至少存在一个点，使得。  经济学中，中值定理可以用来估算一个国家的平均寿命。例如，我们可以对该国所有人的年龄进行统计，然后用中值定理来计算这个国家的平均寿命。中值定理的数学表达式如下：若函数在上连续，则至少存在一个点，使得。  在自然科学领域，中值定理可以用来描述物理现象中的平均值。例如，当我们测量一个星系中所有星体的速度时，我们可以使用中值定理来计算平均速度。中值定理的数学表达式如下：若函数在上连续且可导，则至少存在一个点，使得。   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 名称 | 公式 | 名称 | 公式 | | 原型 |  | 平均高度 |  | | 矩形 |  | 梯形原型 |  | | 梯形 |  | 辛普森 |  |  |  |  | | --- | --- | | 复合梯形 |  | | 复合辛普森 |  |   00常见中值定理  03.1 对比  数值积分是一种数值计算方法，用于近似计算函数在一定区间内的定积分值。在数值积分中，我们通常将积分区间分割成若干小区间，并在每个小区间内取一个代表值，然后将这些代表值带入被积函数中进行计算，最终得到一个近似的积分值。数值积分的一个主要应用是在计算机模拟和数值解法中。  中值定理则是微积分中的一种重要定理。它指出，如果一个函数在区间内连续，并且在内可导，那么必然存在一个点，使得等于到的平均值。这个平均值就是该函数在区间内的定积分值除以区间长度。中值定理有助于我们研究函数的性质和证明其他重要的定理。  那么数值积分和中值定理的区别在哪里呢？首先，数值积分是一种近似计算定积分值的方法，而中值定理是一种用于证明函数平均值性。  对于数值积分，它是通过将一个区间分割成若干小区间，然后对每个小区间内的函数值进行一定的运算，得到每个小区间的面积（或体积）之和，从而估计整个区间的面积（或体积）的一种方法。而中值定理则是指在某个区间内，函数的平均值等于函数在该区间两端点的值的平均值。这个定理可以用于证明某些定积分的结果，也可以被用于估计某些数值积分的误差。  从应用的角度来看，数值积分更侧重于求解函数在某个区间内的面积（或体积）值，而中值定理更侧重于分析函数在某个区间内的性质和特征。虽然两者有一定的关联，但在实际应用中，它们的目的和方法还是有所不同的。  03.2 代数精度  在数值积分中，我们要作的是把原积分合理转换喜欢的样子来代替原函数求积分的结果表达求积分的过程且其转换条件为控制截断误差产生的余值尽量卡在一个能接受的相对误差限度中。于是又把上述内容取了个名字叫做代数精度。我们求积分之前一定要先规划一个条件，保证其运算工作的有效性，通过规定出需求的代数精度来对函数计算的效率程度进行大幅提升。一些情况下近似值完全等于真值，当近似值迭代迭代到只是近似值时，前面那个项数就是代数精度的位数。  这是我在电子版课本上检索到一个易懂的例题，把它扩展到科技领域是非常好用的:函数在负一到一上的积分约等于下式,代入2次以下的x值,列出线性方程组解出原式未知数。严格按照定义，当k项近似值等于真值或没有求积余项且下一项不等于真值又有余值时，式子右侧近似值对于原式积分真值的近似代数精度为3.其实三个时已经大致确认了有二次以下。  公式：、  余值：、  例题：   1. 代入、、、 2. 时两边相等、时两边不等、精度为3   01代数精度:概念、例题及其求解  03.3 积分公式  这是一个相较于中值定理数值和运算极为繁琐的友好版本的数值积分，其适用范围颇为广泛，计算结果也是极为精准，非常适合那些不得不转换成数值积分又要求所得数值精准打击，尽量不要误差的实际运算场景。它是在不满足迭代精度时用加权的方式进行改良升级对数值积分进行了直接定义，所以难算值又准。  中值定理和求积公式之间的关系是，求积公式可以通过将被积函数在一些离散的点上进行插值，然后将插值函数在积分区间上进行积分得到。而插值的过程可以使用中值定理来证明插值函数的误差大小。  求积公式是数学中非常重要的一类公式，它们被广泛地应用在科学和工程领域中，特别是在数值计算中。在我看来，求积公式的选择和应用取决于所求积分的性质以及计算的精度要求。一般来说，如果所求积分的形式比较简单，可以直接采用基本的求积公式，例如梯形公式、辛普森公式等。而对于更为复杂的积分，例如高维积分或具有奇异性质的积分，可能需要使用更加高级的求积公式，例如高斯-勒让德公式、高斯-拉盖尔公式等。在应用求积公式的过程中，计算精度也是非常重要的考虑因素。一般来说，为了提高计算精度，可以采用一些数值积分的技巧，例如自适应方法、复化方法等。当谈到求积公式的核心思想时，有许多不同的方法可以接近问题。其中一种方法是将函数拆分成小的区间，然后在每个小区间内使用简单的数学公式计算面积或体积。这种方法通常被称为数值积分或数值积分法。数值积分法的核心思想是通过使用数值方法来逼近真实的积分值。另一种方法是使用微积分学中的定积分和中值定理。这些公式和定理是微积分学的基础，它们可以用来计算曲线下的面积和体积。中值定理可以用来证明两个积分值之间的关系，这对于推导新的公式或解决数学问题非常有用。  为了方便理解和表达我们引入了非常经典的求积系数和求积节点两大经典概念，而求积公式这里全部的余值也被顺势称为求积余项。高斯在优化线性方程组迭代法时意外启发了高斯式求积法。一下子就成了最经典的求积公式。在高斯和他的后继者合作科研的系列数值积分类型求积公式中这里加了权的求积系数连座了这个求积节点都又被识时务地赋予了引以为傲的新绰名:高斯点。顺口一些。原先是函数区间宽度系数，现在这个宽度要加这个权。  拉格朗日中值定理是微积分学中的一条基本定理，它是一种关于函数导数的中间值定理。具体而言，它给出了函数在某一区间内的平均变化率与该函数在该区间内某一点的导数之间的关系。根据这个定理，如果函数在上连续，在内可导，那么存在一个使得。拉格朗日中值定理和拉格朗日插值法都是非常重要的数学工具，在数学和工程领域都有广泛的应用。以下是常用公式。   |  |  | | --- | --- | | 公式名称 | 公式内容 | | 基本式 |  | | 插值法 |  | | 牛顿法 |  | | 高斯法 |  | |  |  |   02最著名求积公式  04.1 插值法及其计算方法定位  有时候中值定理非常需要插值，这时候就轮到了插值法的登场。插值法是数值分析中的一种方法，用于构造在离散数据点上的连续函数。通过插值，可以通过已知数据点来计算数据点之间的值，以便在数据点之间进行插值或外推。插值法被广泛应用于工程、科学和数学等领域，如数字信号处理、图像处理、地图绘制和模拟等。常见的插值方法包括拉格朗日插值、牛顿插值、分段线性插值和样条插值等。由于它与中值定理关联性很强，科学基本上是多修计算方法的各个领域的。  在实际应用中，中值定理和插值法可以相互结合实现密不可分的计算，比如利用中值定理来证明插值误差的上界、或者将插值法应用于实际问题中，如利用插值法来拟合数据并进行预测等。  04.2 插值法发展渊源  插值法是一种通过已知函数在一些离散点处的取值，来推算在其他位置处函数值的方法。插值法在数值分析、图像处理、信号处理等领域广泛应用，例如在地图制作中，通过对海拔高度等数据进行插值来生成地图的高程模型。  在插值法中，最常用的方法之一是拉格朗日插值法，它通过已知的数据点，构造一个多项式，使得这个多项式通过所有的数据点，并在其他位置处尽量接近原函数。拉格朗日插值法的主要优点是简单易懂，缺点是在高次插值时容易出现龙格现象。  为了克服拉格朗日插值法的缺点，牛顿插值法应运而生。牛顿插值法通过在已知的数据点周围逐步添加新的数据点来逐步构造一个差商表，最终得到一个关于自变量的多项式函数。相对于拉格朗日插值法，牛顿插值法能够更好地处理高次插值问题。  在实际应用中，插值法的效果并不总是理想的。有时候，因为采样率过低或者测量误差等原因，插值所得到的函数可能不够平滑，出现了所谓的插值振荡。为了解决这个问题，研究人员提出了一些新的插值方法，例如样条插值、小波插值等，这些方法能够更好地处理插值振荡和过拟合等问题。  04.3 插值法实例  高斯插值法是一种用于数值计算的插值方法，可以用于估计未知函数的值。以下是一些高斯插值法在现实中的具体应用：   1. 数值积分：高斯插值法可用于数值积分，通过在给定区间内的插值多项式上进行积分来估计积分值。数值积分在科学计算、统计学和工程学中广泛使用。 2. 地震勘探：地震勘探中的高斯插值法可用于插值地震波数据，以获得地下地质信息。这些数据用于预测地震和石油勘探。 3. 数字图像处理：高斯插值法可用于数字图像处理中的图像缩放和重采样，以及图像去噪。在图像处理中，高斯插值法是一种常用的插值技术。   04.4 代码执行 | | | | | | | |
| 03示例代码  04.2 代码分析  这段代码实现了一维高斯积分的计算。其中，函数用于计算高斯积分点及权重，输入参数表示高斯积分点的数量，和分别表示积分区间的起点和终点，输出结果和分别表示高斯积分的权重和积分点。在函数内部，通过判断积分点的数量 ，选择相应的权重和积分点，其中，分别等于、、时分别对应于两点、四点、八点高斯积分。函数中和的值都是经过计算后得到的。  接下来，函数实现了通过高斯积分点和权重对给定函数进行积分的计算，输入参数表示要进行积分的函数，和分别表示积分区间的起点和终点，表示高斯积分点的数量。在函数内部，首先调用函数计算高斯积分点和权重，然后通过权重和积分点进行积分计算，得到最终的积分结果。  整个代码实现了一维高斯积分的计算，并且提供了通过不同数量的积分点来计算高斯积分的方式。它定义了一个用于计算函数在区间 上的高斯数值积分的函数 ，并且内部调用了另一个函数 来计算积分点和权重。想出输出结果从数值转化为被积函数的图像，需要在代码中加入绘图相关的代码。定义横纵轴变量用于描述曲线的形状属性，以及调用 函数来绘制曲线。  05 感悟总结  学习线性代数的时候我还未曾了解到这个矩阵和方程组之间能和我程序里的函数方法有什么关联，现在经过一段时间的编程开发跟进再从计算方法中捡起数学好像明白了些学校课程安排的用心良苦。要走好这一路也是非常辛苦和开心。作为一名转型为开发工程师也作为校园中的学生，学习计算方法这门课程对我来说是非常有益的。这门课程让我更深入地了解了计算机科学的基础知识，包括数值计算方法、线性代数、概率论等，这些知识在编程开发中都有广泛的应用。其次，通过学习计算方法，我对算法和数据结构的理解更加深入，这对于编写高效、优化的代码是非常有帮助的。除了在编程方面的应用，学习计算方法还有助于改善个人的学习态度和心态。这门课程强调实践和思考，通过独立完成编程作业和小组讨论等活动，我学会了如何自我学习和解决问题。在这个过程中，我也逐渐形成了自己的学习方法和思维模式，这对于个人成长也是非常重要的。学习计算方法还有助于提高我的数学素养和逻辑思维能力。这门课程对于数值计算方法的理论和实践都有较高的要求，需要掌握一定的数学知识和分析能力。通过学习这门课程，我不仅加深了对数学的理解，还锻炼了自己的逻辑思维和分析能力，这对于未来的发展也是非常重要的。学习计算方法是一次非常有意义的经历，它不仅对我个人的编程开发和学术研究有帮助，也对我的个人成长和自我提高起到了积极的促进作用。  基于计算方法一些想不出或者没见过的底层架构算法或许对此有益，我觉得培养这类思维还是能派上用场的。计算方法是一门非常重要的课程，它是计算机科学和数学的重要基础，也是其他课程的基础。我认为，计算方法对于编程开发和个人成长方面的帮助非常大。计算方法可以让我们了解和学习各种数值算法，包括数值逼近、数值积分、数值微分、方程求解等等。这些算法不仅可以帮助我们更好地理解数学概念，还可以帮助我们解决实际问题，例如求解各种复杂的工程问题，设计和优化各种算法和模型等等。计算方法可以培养我们的计算思维和解决问题的能力。在学习计算方法的过程中，我们需要学习如何把复杂的问题抽象成数学模型，然后通过运用数学算法和计算机程序来解决问题。这种思维方式可以让我们更好地解决实际问题，提高我们的解决问题的能力。计算方法还可以改善我们的学习心态和身心状态。学习计算方法需要我们耐心和细心地研究和分析问题，需要我们不断思考和尝试。这种学习方式可以让我们锻炼我们的耐心和细心，同时也可以提高我们的自信和创造力，对于我们的个人成长非常有益。计算方法是一门非常重要的课程，它对于编程开发和个人成长方面的帮助非常大。通过学习计算方法，我们可以掌握各种数值算法和计算思维，提高我们的解决问题的能力和创造力，同时也可以改善我们的学习心态和身心状态。计算方法是学习新知识的一个起点。 | | | | | | | |